

Научно – истраживачки рад
Научна област: физика

**ОДРЕЂИВАЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ ВАЗДУХА У ПРОСТОРИЈИ
МЕРЕЊЕМ АКУСТИЧКИХ РЕЗОНАНЦИЈА**

**DETERMINING AIR TEMPERATURE IN ROOM BY MEASURING
ACOUSTIC RESONANCE**

Аутори:

Иван Пандуров, ученик III разреда VI београдске гимназије и полазник
Регионалног центра за таленте – Београд II

Матеја Бошковић, ученик III разреда VI београдске гимназије и полазник
Регионалног центра за таленте – Београд II

Ментор:

Проф. Др. **Миомир Мијић**, дипл. инж., ванредни професор на Катедри за
телекомуникације и руководиоца Лабораторије за акустику Електротехничког
факултета у Београду

Београд, април 2008.

РЕЗИМЕ

Циљ овог рада је да се акустичком методом мери температура ваздуха у просторији. Брзина звука у ваздуху пропорционална је температури. Мерењем фреквенција на којима настају резонанције (стојећи таласи) у просторији могуће је одредити брзину звука, а из тога и температуру ваздуха. Метода је заснована на мерењу стања у звучном пољу у просторији помоћу два микрофона. Коришћен је стаклени паралелопипедни модел просторије који постоји у Лабораторији за акустику ЕТФ – а у Београду. Микрофони су постављени на позицијама где се очекује максимум и минимум стојећег таласа неке од одабраних резонанција просторије. Просторија је побуђивана синусним тоном помоћу звучника. Побудна фреквенција континуално је мењана, све док у сигнаlima из микрофона није констатовано да је успостављен стојећи талас. То се евидентира истовременом појавом максимума сигнала на једном и минимуму на другом микрофону. Из вредности фреквенције на којој је успостављен стојећи талас и димензија просторије израчунавана је брзина простирања звука, а одатле и температура ваздуха. У просторији је упоредно вршено контролно мерење температуре ваздуха и упоређивани су резултати. Температура ваздуха је мењана погодним методама загревања и хлађења ваздуха унутар модела.

Кључне речи: Акустичке резонанције, стојећи таласи, брзина звука, температура ваздуха, Лисажуове фигуре

ABSTRACT

The objective of this experiment is to determine the air temperature in a room by acoustic methods. Speed of the sound in the air is proportional to the temperature. By measuring the frequencies in which the acoustic resonances occur (standing waves) in room it is possible to calculate the speed of the sound and use it to determine the air temperature. The method is based on measuring the condition of sound field in a room by using two microphones. The model used in this experiment is a glass parallelepiped model of a room in the Laboratory for acoustics in ETF Belgrade. Microphones are placed in the positions where we expect maximum and minimum of the standing wave by one of the chosen acoustic resonances of the room. The room is excited by a sinus audio signal. The frequency is continuously changed until it is determined that a standing wave is established. That is monitored by simultaneous appearance of a maximum signal on one and minimum signal on second microphone, which is achieved by observing the Lissajous figures on an oscilloscope. From the values of frequencies in which the standing wave occurred and dimensions of the room it is possible to calculate the speed of sound and use that to determine the air temperature. Apart from that control measuring of air temperature has been done and the comparison of the results. Air temperature was changed by heating and cooling the air inside the model.

Key words: Acoustics resonance, standing wave, sound speed, air temperature, Lissajous figure

1. ТЕОРИЈСКИ УВОД

1а. Звук

Звук представља механички талас фреквенцијског опсега од 20 Hz до 20.000 Hz. До појаве звука долази при поремећају стационарног стања честица неке еластичне средине. За настајање звука потребни су звучни извор и материјална средина кроз коју се поремећај простире. Та средина може бити чврста, течна или гасовита, док извори звука могу бити механичке (звучник, музички инструменти итд.) и термичке природе (варница, пламен). У овом раду материјална средина је ваздух, који је на почетку експеримента на собним условима, а извор је звучник који се побуђује тон генератором (синусна побуда). Звук као механички талас карактеришу брзина простирања, фреквенција, таласна дужина, интензитет и ниво (ниво звучног притиска или краће ниво звука представља декадни логаритам количника ефективне вредности мереног звучног притиска и усвојене референтне вредности звучног притиска).

При механичком поремећају честица у ваздуху долази до промене густине, што је неизоставно везано за промену притиска. Средња вредност притиска остаје непромењена (док се један део средине згусне други се за исту мери разређује) што представља статички атмосферски притисак. За праћење промене интензитета звука битан је динамички звучни притисак. У овом експерименту он се мења по синусном закону (због побуде синусним аудио сигналом):

$$p = p_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

1б. Брзина звука

Брзина звука у ваздуху се изводи коришћењем закона механике флуида и гасних закона и дата је изразом:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p_s}{\rho}} \quad (2)$$

где је p_s статички притисак, ρ густина ваздуха а γ Поасонов коефицијент (представља однос специфичних моларних топлота гаса при константном притиску и запремини). Коришћењем једначине гасног стања

$$pV = nRT$$

и (2) добија се:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (3)$$

где је T температура, M моларна маса а R универзална гасна константа. За брзину звука у ваздуху на $T_0=273,15$ K се добија ($M = 28,97 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}$, $R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$, $\gamma=1,4$):

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M}} = 331,28 \frac{m}{s} \approx 331,3 \frac{m}{s}$$

Израз за брзину ваздуха на било којој температури се може написати као:

$$c = c_0 \sqrt{\frac{T}{273,15 K}} \quad (4)$$

1в. Стојећи таласи у просторији

У просторијама чије су димензије веће од таласне дужине звука долази до вишеструких рефлексија и апсорпција као и до интерференције таласа. Анализа таквог звучног поља је у општем случају математички изузетно компликована, па је у овом раду коришћен паралелопипедни стаклени модел просторије. При одређеним вредностима фреквенције звука у таквим просторијама се формирају стојећи таласи, чији се минимуми и максимуми једноставно налазе. Теоријски је доказано (Рејлијев образац) да је:

$$\nu = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (5)$$

где n_i представља целобројну константу ($n_i \in Z$) а l_x , l_y и l_z дужину ивица паралелопипеда. У раду је праћено формирање аксијалног (ивичног) таласа, тј. фреквенција која се добија посматрањем првог мода резонанције ($n=1$) и занемаривањем осталих.

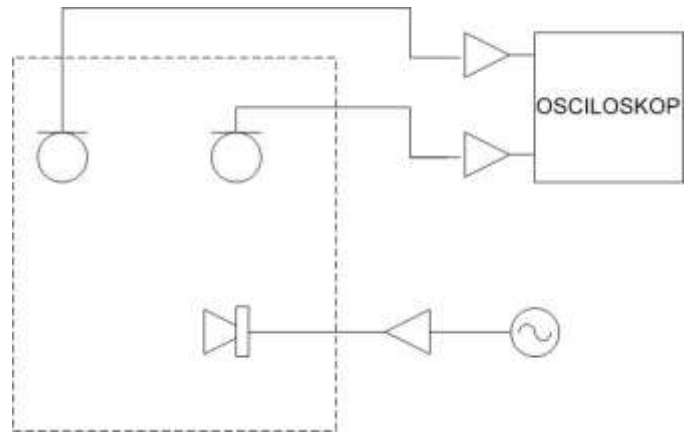
2. ОПИС ЕКСПЕРИМЕНТА

Експеримент је вршен у стакленом моделу паралелопипедне просторије. Синусни сигнал генерисан тон генератором је, преко појачавача снаге довођен на звучник постављен у углу модела просторије. На средини модела су постављена два микрофона повезана са предпојачавачима и осцилоскопом софтверски реализованом на преносном рачунару. Један микрофон је постављен на месту очекиваног чвора, а други на месту очекиваног трбуха посматраног стојећег таласа.

После мерења на собној температури, ваздух у моделу је загреван калорифером. Пошто је температура повећана за око 20°C калорифер је извађен из модела.

Мерење је извршено на датој температури око пола сата касније, пошто је процењено да је температура ваздуха у моделу стабилна. Док се ваздух у моделу хладио извршено је још 6 мерења у наредна два сата. Када се температура модела вратила на собну почели смо са хлађењем помоћу ледилица и тиме смо снизили температуру за око 3°C и извршили још 2 мерења.

Са променом температуре мењала се брзина звука у ваздуху а самим тим и фреквенција. Мерење фреквенције резонанције се врши тако што се око њене очекиване вредности варира побудни синусни сигнал и прати ниво напона на мерним микрофонима. Фреквенција за коју се добије максимални напон на микрофону који се налази на месту трбуха стојећег таласа и минимални напон



Слика 1. Блок шема експеримента
Figure 1. Experiment block diagram



Слика 2. Модел просторије
Figure 2. Room model

и положаја Лисажуових фигура. Лисажуове фигуре су добијене тако што је сигнал са једног микрофона довођен на X улаз осцилоскопа, а сигнал са другог микрофона на Y улаз. У идеалном мерењу у коме би ниво звука са микрофона који се налази у чвору стојећег таласана био јако мали, Лисажуова фигура би била

на микрофону који се налази на месту чвора стојећег таласа је фреквенција резонанције за тај мод. Одређивање минимума и максимума нивоа звука мерених микрофонима је вршено тако што су праћени напони на квазианалогном дисплеју (штапићасти график), и промене облика



Слика 3. Тон генератор
Figure 4. Sinus generator

Слика 5. Микрофони
Figure 5. Microphones

Слика 4. Појачавач снаге
Figure 4. Power amplifier

дегенерисана у хоризонталну праву. Ова ситуација се у реалном мерењу не дешава већ је на фреквенцији резонанције елипса са једном осом минималном и другом максималном. Предност праћења Лисажуових фигура је у томе што се могу пратити нивои звука са оба микрофона на једном графику, чиме се врло прецизно може одредити

Слика 6.
Figure 6.



фреквенција резонанције. На слици 6 је приказан изглед екрана дигиталног осцилоскопа на монитору рачунара. По одређивању резонантне фреквенције, она је читавана са тон генератора са једном децималом тачности.

Поред мерења резонантних фреквенција вршено је контролно мерење температуре ради провере и упоређивања са температурама које се добијају израчунавањем из мерених фреквенција.

3. РЕЗУЛТАТИ

У табели 1 су дате, у другој колони, димензије паралелопипедне стаклене просторије, а у трећој колони израчунате најниже сопствене резонантне фреквенције коришћењем релације (5), за температуру од 22.2°C, колико је била измерена собна температура у моделу на почетку мерења:

Оса	l [mm]	ν [Hz]
Дужина	800	215,3
Ширина	560	307,6
Висина	480	358,8

Табела 1.

Table 1.

Из (4) и чињенице да је брзина звука једнака производу таласне дужине и фреквенције следи

$$\left(\frac{\lambda \nu}{c_0} \right)^2 \cdot 273,15 K = T$$

Што уз (5), вредности таласне дужине за посматрану резонантну фреквенцију и прелаз на Целзијусову скалу даје:

$$t = 273,15^{\circ} C \left(\left(\frac{2l\nu}{c_0} \right)^2 - 1 \right)$$

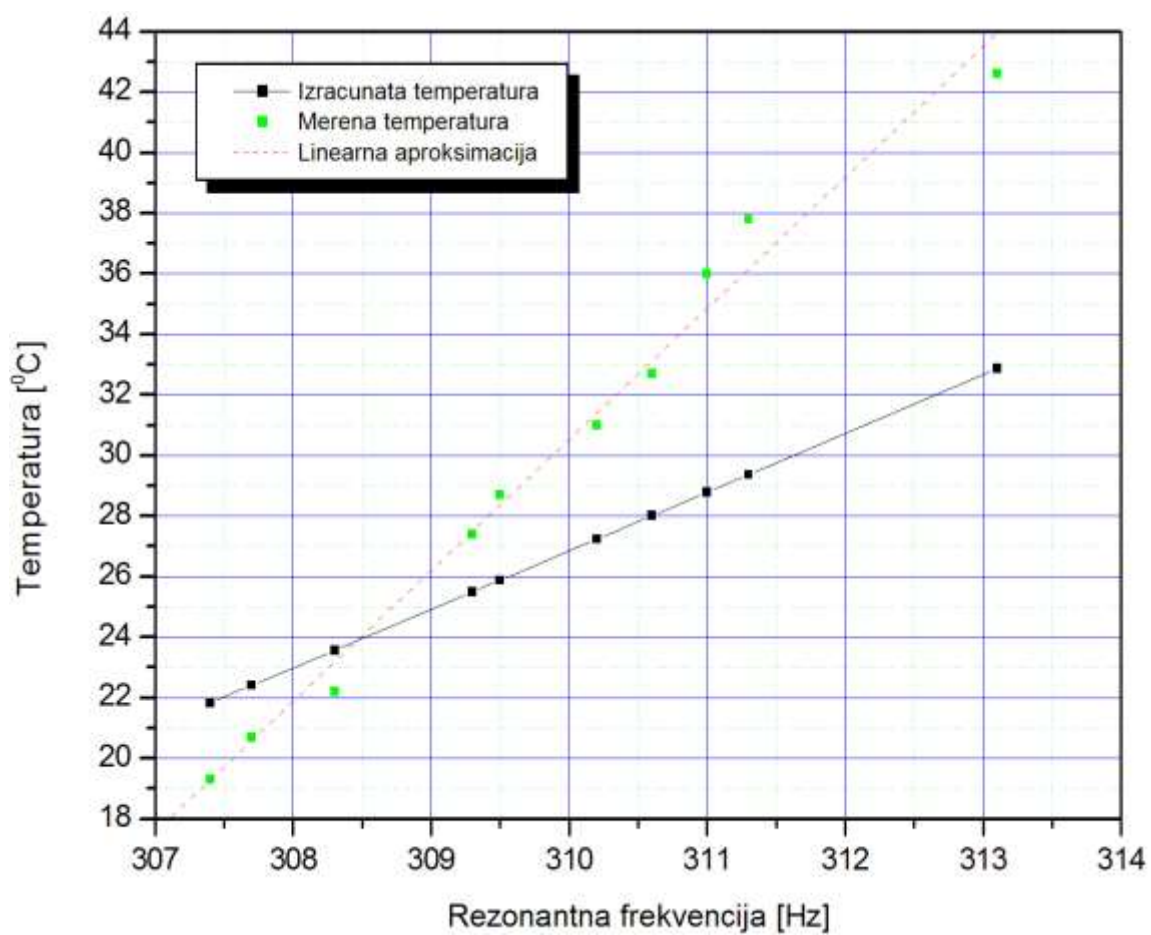
а преласком на нумеричке вредности ($l=0,560$ m)

$$t = 273,15^{\circ} C \left(0,00001142860371 \frac{1}{Hz^2} \cdot \nu^2 - 1 \right) \quad (7)$$

За обраду мерења је коришћен програм Microcal Origin 6.0. У првој колони су дате измерене резонантне фреквенције, а у другој колони температуре израчунате из њих коришћењем једначине (7). У трећој колони су дате температуре измерене дигиталним термометром постављеним поред звучника на подној површини просторије.

Редни број Мерења	Резонантна фреквенција [Hz]	Израчуната температура [$^{\circ}\text{C}$]	Температура мерена термометром [$^{\circ}\text{C}$]
1	313.1	32.88	42.6
2	311.3	29.37	37.8
3	311	28.79	36
4	310.6	28.01	32.7
5	310.2	27.23	31
6	309.6	25.88	28.7
7	309.3	25.49	27.4
8	308.3	23.57	22.2
9	307.7	22.41	20.7
10	307.4	21.84	19.3

Табела 2.
Table 2.



Слика 7.
Figure 7.

На графику је приказана крива добијена изразом (7). Због множења квадрата фреквенције малим бројем, одузимањем јединице и каснијим множењем релативно великим бројем крива $t = f(\nu)$ је приближно линеарна функција. Због тога се често у техничкој пракси користи једноставнији апроксимативни израз добијен развијањем формуле (4) у Тејлоров ред у тачки $T=T_0$:

$$c = c_0 + \frac{0,6t}{1^0 C} .$$

У овом раду ова апроксимативна релација због тачности није коришћена.

Поред криве су на графику приложене температуре мерене термометром као и линеарна апроксимација криве која би пролазила кроз те тачке.

4. ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА И ЗАКЉУЧАК

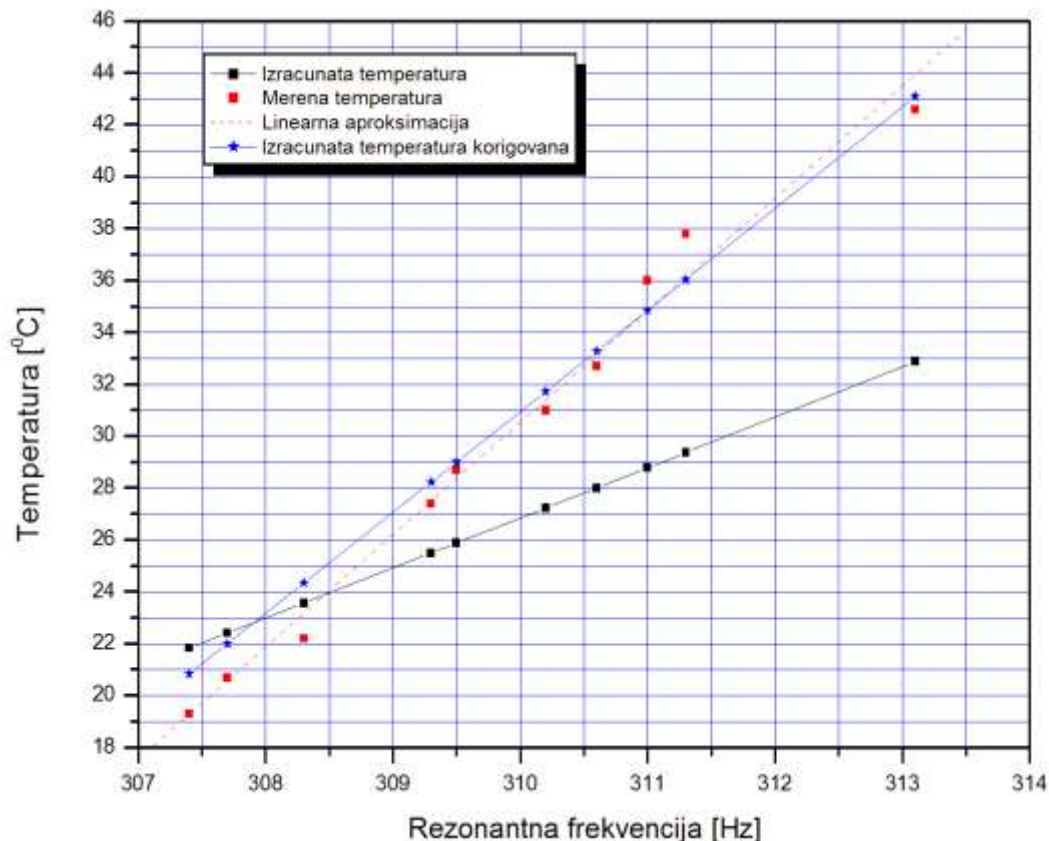
На први поглед функција мерене резонантне фреквенције даје велика одступања од праве добијене линеарном апроксимацијом температура измерених дигиталним термометром, и као таква ова метода би имала мали практичан значај, међутим после дискусије ће бити јасније да то није случај. Аутори овог рада имају неколико претпоставки:

- Паралелопипедни стаклени модел је само модел просторије. Иако је дебљина стакла просторије око 10 mm, она се вероватно на посматраној фреквенцији не понаша као идеално крута површина, тј. акустичка импеданса (У акустици се акустичка импеданса дефинише као величина која карактерише средину као преносиоца звучних таласа) стакленог зида коришћеног у експерименту није бесконачно велика, чиме се мењају услови простирања таласа у моделу.
- У експерименту је коришћен упрошћен модел звучног поља. Звучно поље модела је знатно сложеније од претпостављеног и вероватно је праћено одређеним феноменима који су утицали на корекцију резултата.
- Приликом опадања температуре од 42.6 °C до собне температуре, у моделу је вероватно владала температурна нехомогеност тј. вероватно је постојао температурски градијент по свим осама. Температура коју је мерио термометар (који се налазио близу звучника) сигурно није иста као и температура уз стаклене зидове модела, с обзиром да је температура просторије у којој се налазио модел била 22,2 °C.
- У експерименталној поставци је коришћен реалан гас док је израз (1) изведен коришћењем закона идеалног гаса и апроксимацијом адијабатске промене стања ваздуха.
- Такође је при извођењу израза (1) апроксимирана нормална влажност ваздуха док је у нашем експерименту није било могуће одржавати константном. Поред температуре дигиталним термометром праћена је и релативна влажност ваздуха и њена вредност је варијала од 16.3 до 53.6.

- Иако је поступак мерења резонантних фреквенције био прилично прецизан постоји одређена грешка при мерењу која је сигурно утицала на тачност резултата.

Експеримент је урађен због тога што је метод интересантан за мерење температуре у великим просторима, у којима није могуће мерити средњу температуру термометром. Чак је и коришћење ласерског термометра непоуздано за мерење температуре ваздуха због различитих топлотних капацитета материјала који се налазе у великим просторима. Овај рад је показао да се метода може користити за мерење средње температуре у већим просторијама паралелопипедног облика уз баждарење мерења. Неопходно је даље бављење овим проблемом тако што би се експеримент поновио у правој просторији паралелопипедног облика.

Како је крива промене температуре у просторији практично линеарно зависна од мерених резонантних фреквенција, то је баждарење криве могуће извести променом нагиба криве, при чему се апроксимативни нагиб може добити мерењем неколико вредности температура. Ако коригујемо коефицијент правца (јер мењањем коефицијента правца мењамо тангенс нагиба угла), видимо да се теоријска коригована права приближно поклапа са правом линеарне апроксимације. На слици 8 је дата коригована (баждарена) крива зависности температуре од резонантне фреквенције, при чему је коефицијент правца коригован приближно 2 пута (2,015).



Слика 8.
Figure 8.

Овај рад отвара нова питања о феноменима који се јављају у звучном пољу паралелопипедних просторија и остављају простор за даље истраживање и потенцијално коришћење ове методе у пракси.

5. ЗАХВАЛНИЦА

Захваљујемо се на уступању лабораторије и инструмената као и саветима при осмишљавању и реализацији експеримента проф. др. Миомиру Мијићу.



6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Х. Куртовић, Основи техничке акустике, Научна књига, Београд, 1981.
- [2] Г. Димић, Д. Радивојевић, Физика за II разред гимназије природно – математичког смера, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1972.
- [3] Н. Каделбруг, В. Рапаић, Физика за III разред Математичке гимназије, Круг, Београд, 2004.
- [4] М. Мијић, Електроакустика, www.etf.bg.ac.yu, 2005.

7. САДРЖАЈ

РЕЗИМЕ	2
1. ТЕОРИЈСКИ УВОД	3
<i>1а. Звук.</i>	3
<i>1б. Брзина звука.</i>	3
<i>1в. Стојећи таласи у просторији.</i>	4
2. ОПИС ЕКСПЕРИМЕНТА	4
3. РЕЗУЛТАТИ	7
4. ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА И ЗАКЉУЧАК	9
5. ЗАХВАЛНИЦА ..	11
6. ЛИТЕРАТУРА	11
7. САДРЖАЈ	12